a) f n'est pas une bijection car une image peut avoir plusieurs antécédents.

Par exemple $f(0,3) = f(2,2) = 2^6$

b) $f(a+a', b+b') = f(a,b) + f(a',b')$?

$$f(a+a', b+b') = 2^{(a+a'+2(b+b'))} = 2^{(a+a'+2b+2b')}$$

$$= 2^{a+2b} + 2^{a'+2b'}$$

$$= f(a,b) + f(a',b')$$

Donc f est un homomorphisme de groupe de $(\mathbb{R}^2, +)$ vers $(\mathbb{R}, \times)$.

c) $\mathrm{Ker} f$ $\Rightarrow$ on cherche a et b tel que $f(a,b) = 1$

$\Rightarrow 2^{a+2b} = 1 \Rightarrow a+2b = 0 \Rightarrow a = -2b$

Donc $\mathrm{Ker} f$ est une droite passant par $(0,0)$ de vecteur directeur $(-2 ; 1)$.