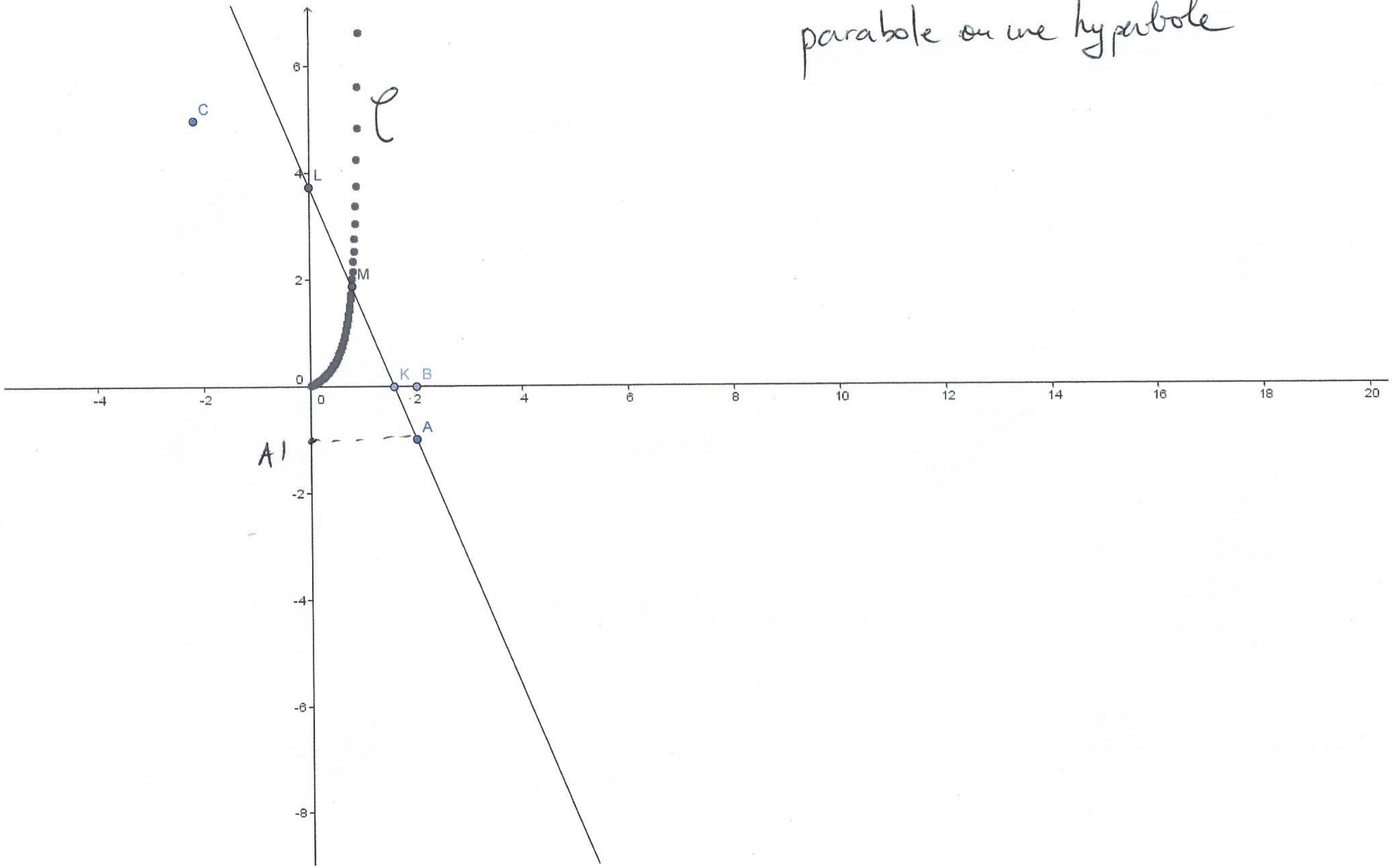
23 Décembre 2014

La Courbe $\mathcal{C}$ semble être une parabole ou une hyperbole

1)



2) α abscisse de K

D'après le théorème de Thalès

$$\frac{OL}{OK} = \frac{A'L}{A'A} \iff \frac{OL}{\alpha} = \frac{OL+1}{2}$$

$$\iff 2\,OL = \alpha\,OL + \alpha$$

$$\iff \boxed{OL = \frac{\alpha}{2-\alpha}}$$

L est sur l'ordonnée du repère, donc ses coordonnées sont $\left(0\,;\,\frac{\alpha}{2-\alpha}\right)$

M est le milieu de KL, donc $M\left(\frac{\alpha}{2}\,;\,\frac{\alpha}{2(2-\alpha)}\right)$

$$\boxed{\text{Donc } y_M = \frac{\alpha}{2(2-\alpha)}}$$

$$x_M = \frac{\alpha}{2} \iff \boxed{\alpha = 2\,x_M}$$

Donc $\boxed{y_M = \frac{2x_M}{2(2-2x_M)} = \frac{x_M}{2-2x_M}}$ CQFD

3) a) $\forall x \in \,]-\infty\,;1[$, $\quad -0{,}5 + \frac{1}{2-2x} = \frac{-0{,}5(2-2x)+1}{2-2x} = \frac{x}{2-2x} = f(x)$

b) $\frac{1}{x-1}$ est décroissante sur $]-\infty\,;1[$

Donc $\frac{1}{1-x}$ est croissante sur $]-\infty\,;1[$

Donc $\frac{1}{2(1-x)}$ est croissante sur $]-\infty\,;1[$

Donc $\frac{1}{2-2x}$ est croissante sur $]-\infty\,;1[$.

Donc $-0,5+\dfrac{1}{2-2x}$ est croissante sur $]-\infty;1[$

Donc $f(x)$ est croissante sur $]-\infty;1[$.

c) $x\in]-\infty;1[\iff x<1 \iff x-1<0$

$\iff 1-x>0 \iff 2(1-x)=2-2x>0 \iff \dfrac{1}{2-2x}>0$

$\iff -0,5+\dfrac{1}{2-2x}>-0,5 \iff f(x)>-0,5$ CQFD d)