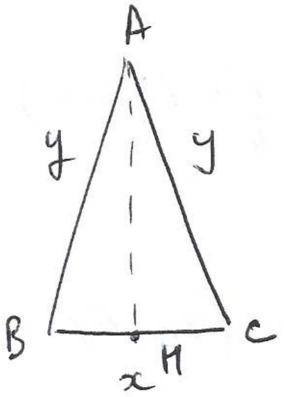
Exercice 2



(1) $x+2y=12 \Leftrightarrow x = 12-2y$

si $x>6$, cela veut dire que $12-2y>6 \Leftrightarrow y<3$ ce qui est impossible car on ne pourrait pas construire un triangle. Donc $x<6$

Donc $0 \leq x \leq 6$

(2) on sait que $y = \frac{12-x}{2}$

$\mathcal{A}(ABC) = \frac{AH \times BC}{2}$

$$AH^2 = AC^2 - HC^2$$
$$= \left(\frac{12-x}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{4}$$
$$= \frac{1}{4}\left(144+x^2-24x-x^2\right)$$
$$= \frac{1}{4}\left(144-24x\right)$$
$$= 36-6x$$

Donc $AH=\sqrt{36-6x}$

Donc $\boxed{\mathcal{A} = \frac{x}{2}\times\sqrt{36-6x}}$

(3) Sur $[0,6]$, $\mathcal{A}(x)$ est positive

Sur $[0,+\infty[$, la fonction X^2 est croissante et comme $\mathcal{A}(x)$ est positive, on en déduit que $\mathcal{A}(x)$ et $\mathcal{A}(x)^2$ ont les mêmes sens de variation.

$$V(x)^2 = \left(\frac{x}{2}\sqrt{36-6x}\right)^2 = \frac{x^2}{4}\times(36-6x) = \frac{x^2}{4}\times 6(6-x)$$

$$= \frac{6}{4}\, x^2(6-x)$$

Cette fonction a les mêmes variations que $x^2(6-x)$ (car $6/4 > 0$)

Donc $V(x)$ et $f(x) = x^2(6-x)$ ont les mêmes variations sur $[0;6]$.

(4) $\forall x \in [0;6]$, f est dérivable.

$$f'(x) = 2x(6-x) - x^2 = 12x - 3x^2 = 3x(4-x^2) = 3x(2-x)(2-$$

x	0		2		6
x		$+$		$+$	
$2-x$		$+$	0	$-$	
$2+x$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	16	$\searrow$	0

f est maximale pour $x = 2$, donc $V(x)$ est maximale pour $x = 2$ et vaut $V(2) = \frac{2}{2}\sqrt{36-6\times 2} = \sqrt{36-12}$

$$= \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

et ses dimensions sont 2 ; 5 et 5