1

a) $p(N) = (0,99)^{10} \simeq 0,9043$

$p(P) = 1 - p(N) = 1 - (0,99)^{10} \simeq 0,0956$

b) Il y a 100 groupes

La variable X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(100\,;\,0,0956)$

Donc $E(X) = 100 \times 0,0956 = \underline{\underline{9,56}}$

Donc le nombre moyen de groupes positifs est : 9,56

c) La variable Y, nombre d'analyses, est égale à :

$Y = 100 + 10X$

Donc $E(Y) = 100 + 10\,E(X) = 100 + 95,6 = \underline{\underline{195,6}}$

Donc le nombre moyen d'analyses est : 195,6.

d) le nombre moyen d'analyses économisées est : $1000 - 195,6 = \underline{\underline{804}}$

2 a) $P(\text{Accepté}) = q^{10} \Rightarrow P(\text{Refusé}) = 1 - q^{10}$

Donc Nombre Moyen de Groupes $= 100 \times (1 - q^{10})$.

Donc Nombre Moyen de Tests $: 100 + 1000 \times (1 - q^{10})$

Donc Nbre Moyen Economisés $: 1000 - 100 - 1000(1 - q^{10})$

$= \underline{\underline{1000\,q^{10} - 100}}$

b) $f'(q) = 10000\,q^9 \geq 0$ car $q \in [0\,;1]$

Donc $\underline{f \text{ est une fonction croissante sur } [0\,;1]}$.

c) $f(q) \geq 500$

$\Leftrightarrow 1000\,q^{10} - 100 \geq 500 \quad \Leftrightarrow 1000\,q^{10} \geq 600$

$\Leftrightarrow q^{10} \geq \frac{6}{10} \quad \Leftrightarrow q \geq (6/10)^{1/10} \quad \Leftrightarrow q \geq 0{,}951$

Donc $\underline{q_0 = 0{,}951}$