

Exercice 1

(1)

- ① Le cercle circonscrit d'un triangle rectangle a pour centre le milieu de l'hypoténuse et pour rayon la moitié de l'hypoténuse.

Réponse L'hypoténuse du triangle ABC est AC.

Le milieu de [AC] a pour coordonnées $\left(\frac{x_A+x_C}{2}, \frac{y_A+y_C}{2}\right) = (-1; 1) = I$

Le rayon du cercle est $\frac{AC}{2} = R$

$$AC = \sqrt{(3+5)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \underline{\underline{10}}$$

$$\text{Donc } R = 5$$

Donc C a pour équation : $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 5^2 = 25$

- ② le point $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D) \Leftrightarrow \vec{IB} \cdot \vec{BM} = 0$

$$\vec{IB} \begin{pmatrix} 3+1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{BM} \begin{pmatrix} x-3 \\ y-4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{IB} \cdot \vec{BM} = 0 \Leftrightarrow 4(x-3) + 3(y-4) = 0 \Leftrightarrow 4x - 12 + 3y - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{y = -\frac{4}{3}x + 8}$$

$$\text{Donc } (D) : y = -\frac{4}{3}x + 8$$

$$-\frac{4}{3} \times 6 + 8 = -\frac{24}{3} + 8 = -8 + 8 = 0 \Rightarrow E \in (D)$$

③ $\pi \in \varphi \cap (\text{Axe Abcisses})$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + (y-1)^2 = 25 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ (x+1)^2 + (0-1)^2 = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ (x+1)^2 = 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ (x+1 - \sqrt{24})(x+1 + \sqrt{24}) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = \sqrt{24} - 1 = 2\sqrt{6} - 1 \quad \text{ou} \quad x = -2\sqrt{6} - 1. \end{cases}$$

Donc $F(-2\sqrt{6} - 1; 0)$ et $G(2\sqrt{6} - 1; 0)$