

## Exercice 5

Arthur et Blandine travaillent dans la même entreprise. Arthur rejoint la machine à café entre 9 h 30 min et 10 h 40 min et y reste 10 min, Blandine, elle, vient y prendre une boisson entre 10 h et 11 h et reste dans le salon de repos de l'entreprise 7 min.

Arthur arrive à une heure choisie au hasard entre 9 h 30 min et 10 h 40 min, Blandine y va à une heure prise au hasard entre 10 h et 11 h.

On s'intéresse au problème suivant. Quelle est la probabilité qu'Arthur et Blandine se retrouvent dans le salon ?

### Simulation

- ① Montrer qu'on peut modéliser l'heure d'arrivée  $a$  (resp.  $b$ ) d'Arthur (resp. de Blandine) par  $9,5 + \frac{k}{60}$  (resp.  $10 + \frac{\ell}{60}$ ) où  $k$  (resp.  $\ell$ ) est un nombre entier choisi au hasard entre 0 et 70 (resp. 0 et 60).
- ② Comment obtenir à l'aide de votre calculatrice un nombre entier au hasard entre 0 et 60 ?
- ③ Montrer qu'Arthur et Blandine se rencontrent si et seulement si  $20 \leq k - \ell \leq 37$ .
- ④ Ecrire un algorithme simulant une journée de travail et donnant  $S = 0$  si Arthur et Blandine ne se rencontrent pas et  $S = 1$  s'ils se rencontrent.
- ⑤ Ecrire et implémenter sur votre calculatrice un programme simulant 100 journées de travail et donnant la fréquence des jours où Arthur et Blandine se sont rencontrés. Qu'obtenez-vous ?

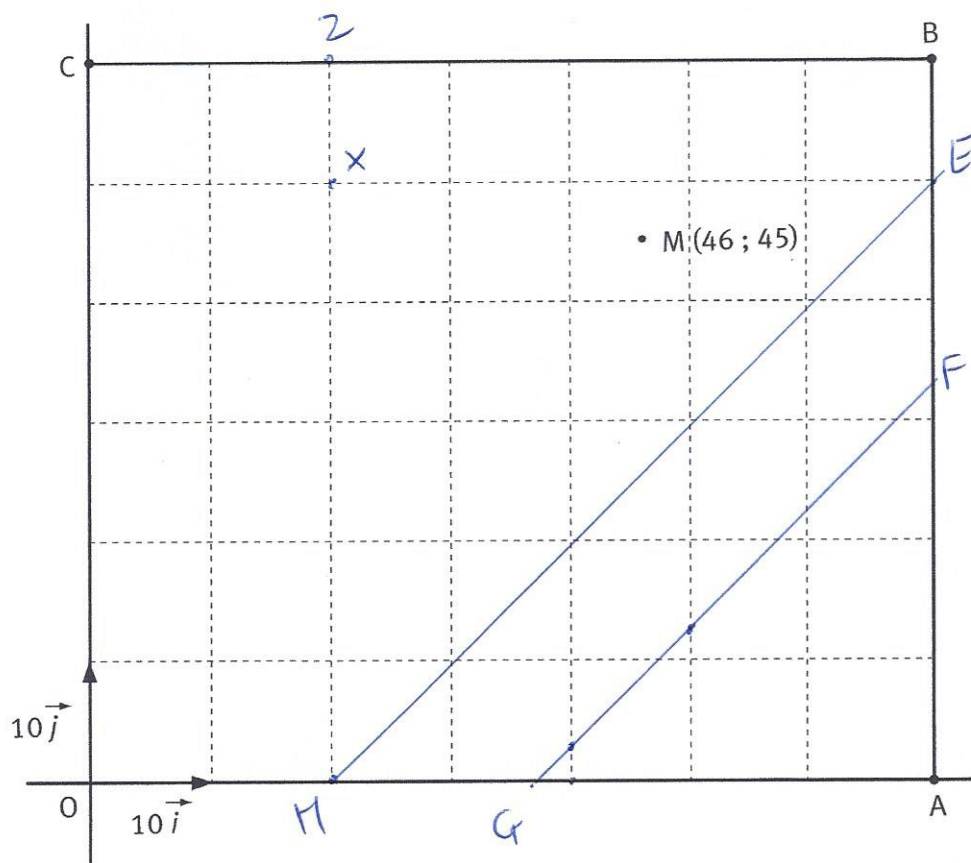
### Modélisation

On note  $x$  le nombre de minutes qui séparent 9 h 30 min de l'arrivée d'Arthur et  $y$  le nombre de minutes qui séparent 10 h de l'arrivée de Blandine. On a donc :  $x \in [0 ; 70]$  et  $y \in [0 ; 60]$ .

On se place dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  et on note  $M$  le point de coordonnées  $(x; y)$ .

Ainsi, par exemple, le point  $M$  ci-dessous représente la situation où Antoine est arrivé à 10 h 16 et Bernadette à 10 h 45.

On note  $A(70 ; 0)$ ,  $B(70 ; 60)$  et  $C(0 ; 60)$  de sorte que l'ensemble des situations possibles est représenté par le carré  $ABCD$ .



② D'après le schéma

$$E(70; 50) \quad F(70; 33) \quad G(37; 0) \quad H(20; 0)$$

$$\textcircled{3} \text{ Aire EFGH} = \text{Aire}(OABC) - \text{Aire}(OHZC) - \text{Aire}(HAE) \\ - \text{Aire}(ZXE) - \text{Aire}(GAF).$$

$$\begin{aligned} &= 70 \times 60 - (20 \times 60) - (10 \times 50) - \left( \frac{50+50}{2} \right) - \left( \frac{33 \times 33}{2} \right) \\ &= 4200 - 1200 - 500 - 1250 - 544,5 \\ &= \frac{1411}{2} \\ &= 705,5 \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} p = \frac{705,5}{4200} = 0,168 \approx \underline{\underline{16,8\%}}$$