

1) Plus la longueur ES est grande, plus le volume SEFH est grand
Plus la longueur ES est grande, plus le volume SABCD est petit.

Donc la droite croissante (NR) représente le volume de SEFH en fonction de ES.

Et la droite décroissante (LR) représente le volume de SABCD.

Si $ES = 12$, on voit que $SABCD = 0$, ce qui signifie que

$$\underline{AE = 12 \text{ cm}}$$

À l'autre part, si $ES = 0$, on voit que $V_{SABCD} = 192$.

On sait aussi que $V_{SABCD} = \frac{BC \times AB \times AS}{3}$

$$\text{si } ES = 0, AS = AE, \text{ donc } V_{SABCD} = \frac{BC \times AB \times AE}{3} = 192$$

$$\Leftrightarrow \frac{BC \times 8 \times 12}{3} = 192 \Leftrightarrow BC = \frac{192 \times 3}{8 \times 12} = \underline{\underline{6 \text{ cm}}}$$

2) les droites (NR) et (LR) se croisent pour $ES = 8 \text{ cm}$.

Donc les 2 volumes sont égaux si S se trouve à 8 cm de E sur le segment [AE].

3) on pose $ES = x$

$$V_{SABCD} = \frac{AD \times BC \times AS}{3} = \frac{8 \times 6}{3} \times (12 - x) = 16 \times (12 - x)$$

$$V_{SEFH} = \frac{EH \times EF}{2} \times ES \times \frac{1}{3} = \frac{8 \times 6}{2} \times \frac{x}{3} = 8x$$

$$V_{SEFH} = V_{SABCD} \Leftrightarrow 16(12 - x) = 8x \Leftrightarrow 192 - 16x = 8x$$

$$\Leftrightarrow 24x = 192 \Leftrightarrow x = \frac{192}{24} = \underline{\underline{8 \text{ cm}}} \quad \underline{\underline{\text{CQFD}}}$$