

Induktionsanfang

$$\sum_{k_r=1}^2 \sum_{k_1=1}^{k_r} k_1$$

$$= \sum_{k_1=1}^1 k_1 + \sum_{k_1=1}^2 k_1 = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$\frac{\prod_{k=0}^2 (n+k)}{(2+1)!} = \frac{(2+0)(2+1)(2+2)}{3!} = \frac{2+3+4}{2+3} = 4$$

Dieses ist auch richtig für $n=2$

Herleitung

$$\sum_{k_r=1}^{n+1} \sum_{k_{r-1}=1}^{k_r} \dots \sum_{k_1=1}^{k_2} k_1 = \left(\sum_{k_r=1}^n \sum_{k_{r-1}=1}^{k_r} \dots \sum_{k_1=1}^{k_2} k_1 \right) + \left(\sum_{k_r=1}^{n+1} \sum_{k_{r-1}=1}^{k_r} \dots \sum_{k_1=1}^{k_2} k_1 \right)$$

$$= \frac{\prod_{k=0}^r (n+k)}{(r+1)!} + \dots$$