Exercice 1 $\qquad f(x) = x^2 + 4x - 5$

1°) a) $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = \dfrac{-4}{2\times 1} = -2$, $a = 1$

et $\beta = f(-2) = (-2)^2 + 4\times(-2) - 5 = 4 - 8 - 5 = \underline{\underline{-9}}$

Donc $f(x) = (x+2)^2 - 9$ FORME CANONIQUE

b) $f(x) = (x+2)^2 - 9 = (x+2-3)(x+2+3) = \underline{\underline{(x-1)(x+5)}}$

FORME FACTORISEE

2°) - les coordonnées du sommet S de la parabole P sont

$\underline{\underline{S(-2\,;-9)}}$

- L'axe de symétrie de la parabole P a pour équation : $\underline{\underline{x = -2}}$

- $I \in (P) \cap$ (Axe des Abscisses)

Donc $\begin{cases} y_I = x_I^2 + 4x_I - 5 \\ y_I = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_I = 0 \\ (x_I - 1)(x_I + 5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 1 \text{ ou } \dots \\ y_I = 0 \end{cases}$

Donc les points d'intersection de (P) et (Axe des abscisses) ont pour coordonnées $\underline{\underline{(1\,;0) \text{ et } (-5\,;0)}}$

- $I(x_I\,; y_I) \in (P) \cap$ (Axe des ordonnées)

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 0 \\ y_I = x_I^2 + 4x_I - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 0 \\ y_I = -5 \end{cases}$

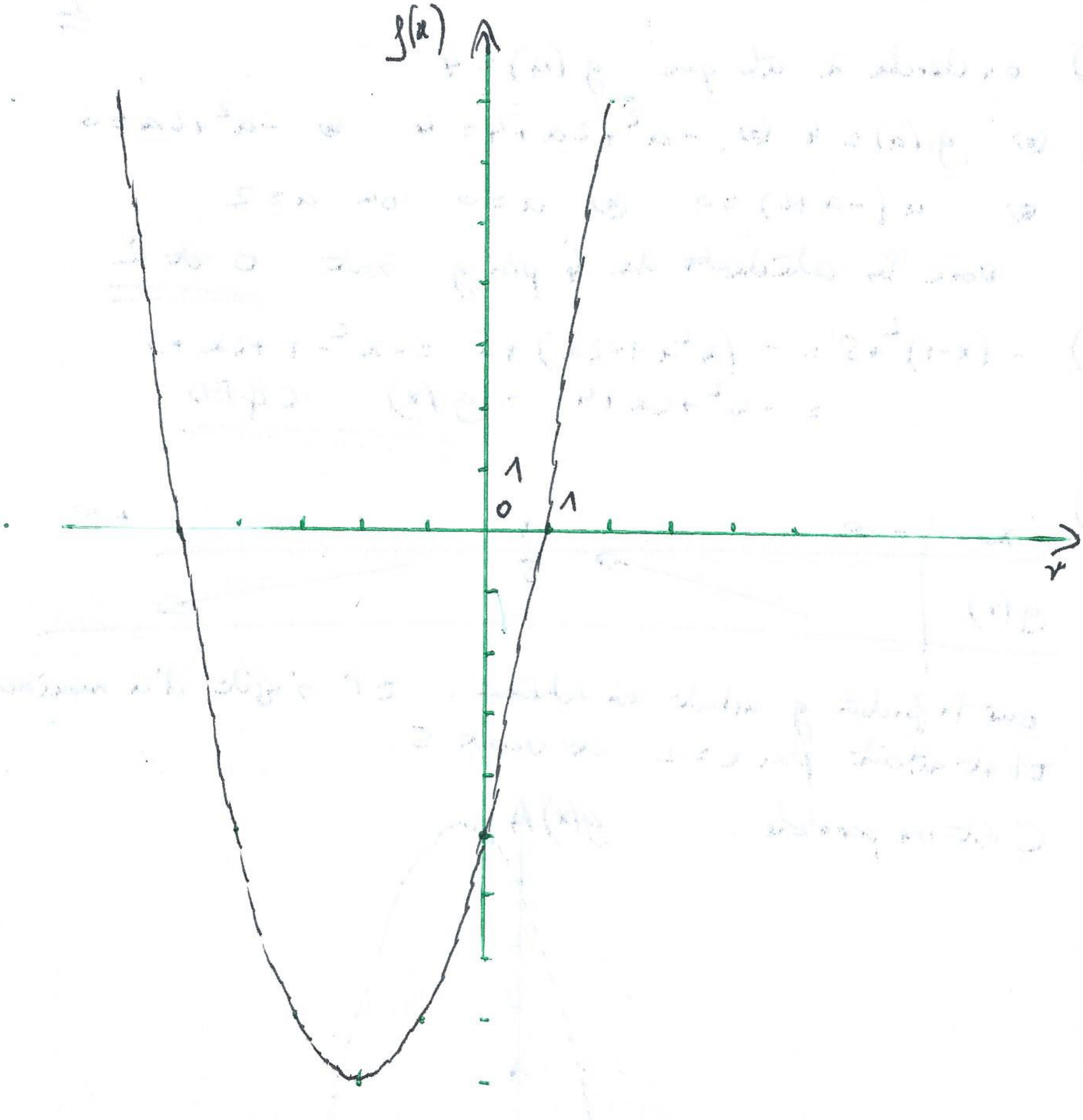
Donc le point d'intersection de (P) et (Axe des ordonnées) a pour coordonnées $\underline{\underline{(0\,;-5)}}$

3°) ~~[illegible]~~
Soit M un point de la fonction carrée $M(x\,; x^2)$

P un point de même abscisse que M $\quad P(x\,; x^2 + 4x - 5)$

$\overrightarrow{MP}\ (0\ ;\ 4x-5)$.

le vecteur $\overrightarrow{MP}$ n'est pas constant, donc les 2 courbes ne peuvent pas être superposées.



Exercice 2 | $g(x) = -x^2+2x+4$

1°) $g(1) = -1^2+2\times1+4 = \underline{\underline{5}}$

$g(-1/2) = -(-1/2)^2+2\times(-1/2)+4 = -1/4 -1 +4 = -\frac{1}{4}+3 = \underline{\underline{\frac{11}{4}}}$

2°) on cherche a tel que $g(a) = 4$

$\Leftrightarrow g(a) = 4 \Leftrightarrow -a^2+2a+4 = 4 \Leftrightarrow -a^2+2a = 0$

$\Leftrightarrow a(-a+2) = 0 \Leftrightarrow a = 0$ ou $a = 2$

Donc les antécédents de 4 par g sont $\underline{\underline{0 \text{ et } 2}}$

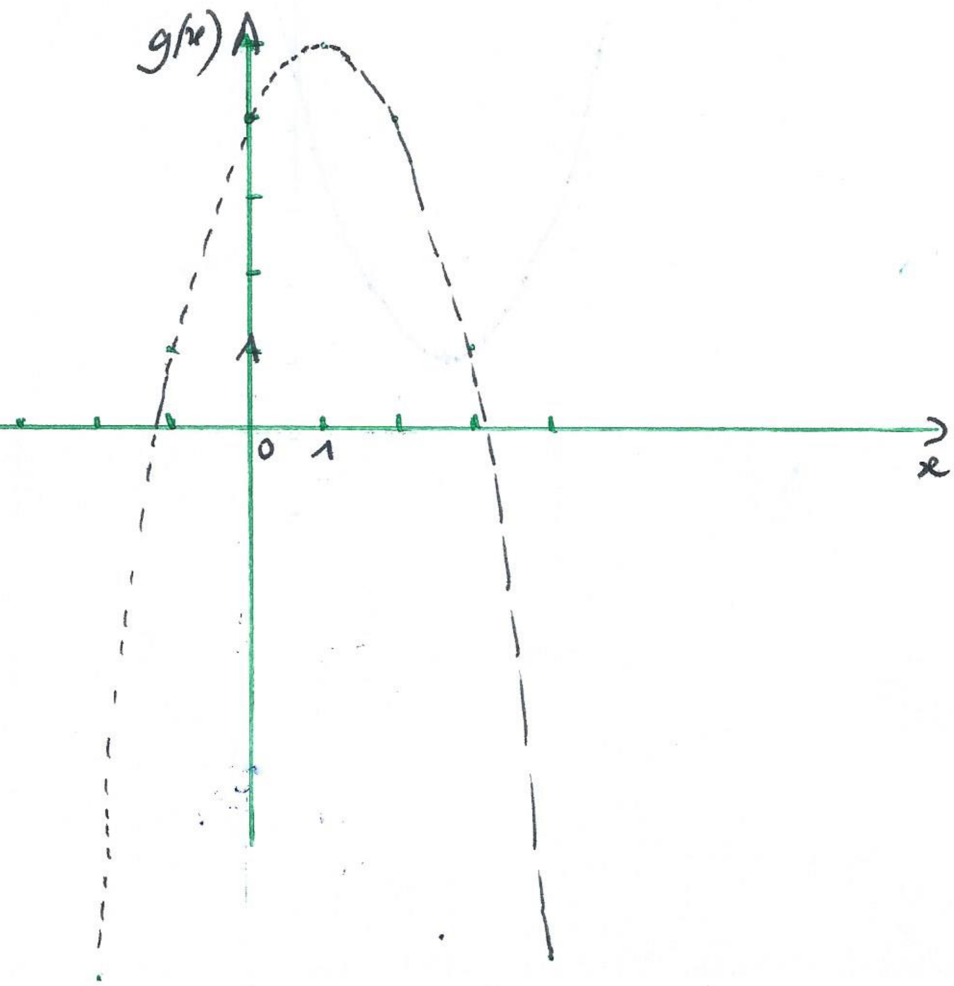
3°) $-(x-1)^2+5 = -(x^2+1-2x)+5 = -x^2-1+2x+5$
$= -x^2+2x+4 = g(x)$ $\underline{\underline{\text{CQFD}}}$

4°)

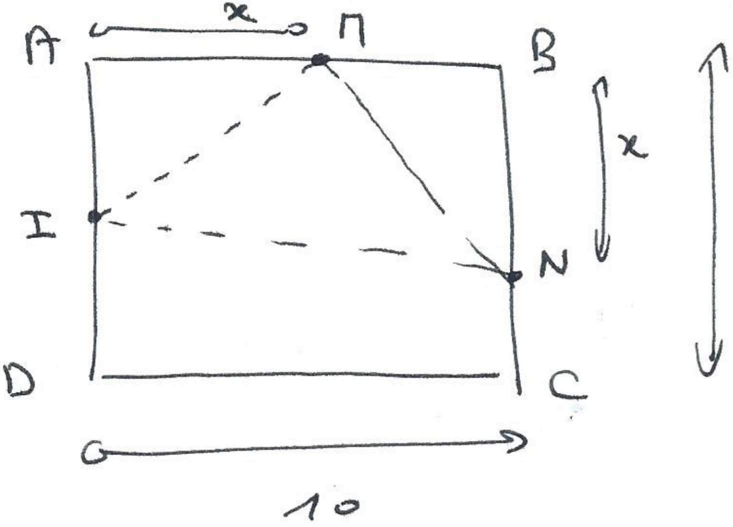
x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g(x)$		$\nearrow$	5	$\searrow$	

oui la fonction g admet un extremum. Il s'agit d'un maximum
Il est atteint par $x = 1$ et vaut 5.

C'est une parabole.



Exercice 3



$BN = AM = x$

1°) - $x \in [0 ; 10]$

- si $x = 0$ $M = A$ et $N = B$, donc $MIN = AIB$

Donc $\mathcal{A}(MIN) = \mathcal{A}(AIB) = \dfrac{10 \times 5}{2} = 25 \text{ cm}^2$

- si $x = 10$ $M = B$ et $N = C$, donc $MIN = BIC$

Donc $\mathcal{A}(MIN) = \mathcal{A}(BIC) = \dfrac{10 \times 10}{2} = 50 \text{ cm}^2$

- $\mathcal{A}(x) = \mathcal{A}(ABCD) - \mathcal{A}(AMI) - \mathcal{A}(MBN) - \mathcal{A}(INCD)$

$\mathcal{A}(ABCD) = 10 \times 10 = 100$

$\mathcal{A}(AMI) = \dfrac{AM \times AI}{2} = \dfrac{5 \times x}{2} = 2,5x$

$\mathcal{A}(MBN) = \dfrac{MB \times BN}{2} = \dfrac{(10-x) \times x}{2} = \dfrac{10x - x^2}{2} = 5x - 0,5x^2$

$\mathcal{A}(INCD) = DC \times \left(\dfrac{ID + NC}{2}\right) = 10 \times \left(\dfrac{5 + 10 - x}{2}\right) = 10\left(\dfrac{15 - x}{2}\right)$

$= 75 - 5x$

Donc $\mathcal{A}(x) = 100 - 2,5x - 5x + 0,5x^2 - 75 + 5x =$

$= \underline{\underline{0,5x^2 - 2,5x + 25}} = 0,5(x - 2,5)^2 + 21,875$

x	0	2,5	10
$\mathcal{A}(x)$	25 ↘	21,875	↗ 50

2°) Aire maximale = 50 et Aire minimale = 21,875.