Ⓘ a) Montrer que $(IJ) \parallel (NP)$

D'après le Théorème de la droite des milieux dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de 2 côtés est parallèle au 3ᵉ côté.

I est le milieu de MN (premier côté) et J est le milieu de MP (2ᵉ côté), donc $(IJ) \parallel (PN)$ (3ᵉ côté).

b) Montrer que L est le milieu de $[JK]$.

On sait que N est le milieu de $[IK]$ (car K symétrique de I par rapport à N).

On sait aussi que $(IJ) \parallel (NP)$, donc que $(LN) \parallel (IJ)$.

Dans le triangle KIJ, la droite (LN) passe par le milieu de $[IK]$ et est parallèle au côté $[IJ]$.

Donc d'après le théorème de la droite des milieux dans un triangle, la droite (LN) passe par le milieu du 3ᵉ côté (KJ). Donc L est bien le milieu de $[JK]$.

Ⓘⓘ a) $[AF] \parallel [DG]$ et A est le milieu de $[DE]$.

Dans le triangle EDG, la droite passe par le milieu A de $[DE]$ (1ᵉʳ côté) et est parallèle à $[DG]$ 2ᵉ côté, donc elle passe par le milieu F du 3ᵉ côté EG (d'après le Th de la droite des milieux).

Donc F est le milieu de $[EG]$.

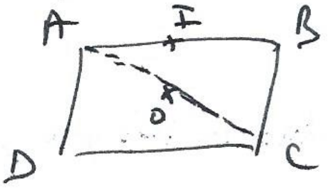
b) De la même façon dans le triangle FBH, on a $[FB] \parallel [GC]$ et C est le milieu de $[BH]$, donc la droite (GC) passe par le milieu de $[FH]$, donc G est le milieu de $[FH]$.

c) F est le milieu de $[EG]$, donc $EF = FG$

G est le milieu de $[FH]$, donc $GF = GH$

Donc $EF = FG = GF = GH = HG$.

III

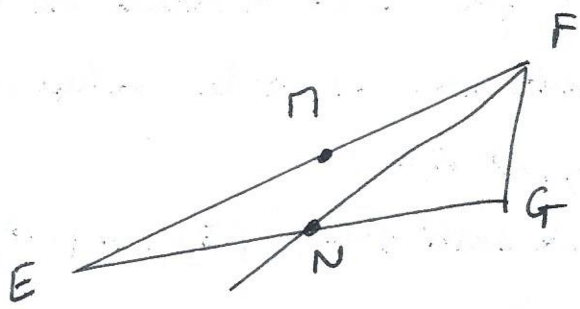


Dans le triangle ABC , la droite (OI) passe par le milieu de [AC] et par le milieu de [AB] .

Donc d'après le théorème de la droite des milieux , le segment qui joint les milieux de 2 côtés est parallèle au 3^{e} côté .

$\boxed{\text{Donc (OI) // [BC]}}$

IV



Dans le triangle EFG , la droite (MN) passe par le milieu N du premier côté EG et par le milieu M du 2^{e} côté ~~FG~~ EF.

Donc d'après le théorème de la droite des milieux , (MN) est parallèle au 3^{e} côté [FG] .

$\boxed{\text{Donc (MN) // (FG)}}$