



Pour étudier la nature du triangle OMN , il faut calculer la longueur de ses côtés.

Il faut donc calculer la distance OM , la distance ON et la distance MN .

Pour calculer OM , on remarque que le triangle OHM est rectangle en H , donc $OM^2 = OH^2 + HM^2 = a^2 + b^2$

Donc $OM = \sqrt{a^2 + b^2}$

Pour calculer ON , on remarque que le triangle OKN est rectangle en K , donc $ON^2 = OK^2 + KN^2 = (-b)^2 + a^2 = a^2 + b^2$

Donc $ON = \sqrt{a^2 + b^2}$

Pour calculer MN , on remarque que le triangle NPM est rectangle en P , donc d'après le théorème de Pythagore,

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = (a+b)^2 + (b-a)^2 = a^2 + b^2 + 2ab + a^2 + b^2 - 2ab$$

Donc $MN^2 = 2a^2 + 2b^2 \Rightarrow MN = \sqrt{2a^2 + 2b^2}$

(2)

On remarque déjà que $OM = ON$, donc le triangle OMN est isocèle en O .

D'autre part, on remarque que $MN^2 = 2a^2 + 2b^2 = OM^2 + ON^2$
donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle OMN est rectangle en O .

Donc le triangle OMN est un triangle rectangle isocèle en O .