$s(x) = (-1)^{E(x)} \left(4\left(x - E(x) - 1/2\right)^2 - 1\right)$

On pose $x = n + d$ $\quad$ n entier relatif

et $0 < d < 1$ (d réel).

Donc $s(x) = (-1)^{n} \left(4\left(n + d - n - 1/2\right)^2 - 1\right)$

$= (-1)^n \left(4\left(d - 1/2\right)^2 - 1\right) = (-1)^n \left(4\left(d^2 - d + 1/4\right) - 1\right)$

$= (-1)^n \left[4d^2 - 4d + 1 - 1\right]$

$= (-1)^n \left[4d^2 - 4d\right] = 4(-1)^n d(d-1)$

$f_0(x) = s\left(\frac{1}{x}\right)$ si $x \neq 0$ et $f_0(0) = 0$

Pour que f_0 soit continue en x_0, il faut que $\lim_{x \to x_0} f_0(x) = f_0(x_0)$

$\lim_{x \to 0^+} f_0(x) = \lim_{x \to +\infty} s(x)$

si $E(x) = n$ pair : $\lim_{+\infty} s(x) = 4d(d-1)$

$E(x) = n$ impair $\lim_{+\infty} s(x) = -4d(d-1)$

Il n'y a donc pas de limite finie et unique. Donc la fonct° $f_0(x)$ n'est pas continue en 0.

D'autre part $\lim_{x \to n^+} s(x) = (-1)^n \times \left(4(n - n - 1/2)^2 - 1\right)$

$= (-1)^n \times \left(4(1/2)^2 - 1\right) = 0$

$\lim_{x \to n^-} s(x) = (-1)^{n-1} \times \left(4\left(n - (n-1) - 1/2\right) - 1\right)$

$= (-1)^{n-1} \times \left(4\left(1/2\right)^2 - 1\right) = 0$

Donc $s(x)$ est continue sur $\mathbb{R}^*$

Donc $f_0(x)$ continue sur $\mathbb{R}^*$