

Il y a 50 jetons en tout, donc

il y a : 5 jetons bleus, 15 jetons blancs et 30 jetons rouges.

1) Si le jeu coûte 2 Euros

si le jeton est rouge  $\rightarrow$  Gain: 2 €

si le jeton est blanc  $\rightarrow$  Gain: 4 €

si le jeton est bleu  $\rightarrow$  Gain: -8 €

Gain	-8	2	4
$p(x)$	$\frac{5}{50}$	$\frac{15}{50}$	$\frac{30}{50}$
	$= 1/10$	$3/10$	$3/5$

2) si la mise est  $x$

on a le tableau suivant :

$x$	$-x^3$	$x^2$	$x$
$p(x)$	$1/10$	$3/10$	$3/5$

le gain moyen réalisé sur un grand nombre de tirages est l'Espérance.

$$E(x) = \sum p(x) \cdot x = \frac{1}{10} (-x^3) + \frac{3}{10} (x^2) + \frac{3}{5} x$$

$$= -0,1x^3 + 0,3x^2 + 0,6x = f(x)$$

b)  $f$  est dérivable sur  $[0; +\infty[$

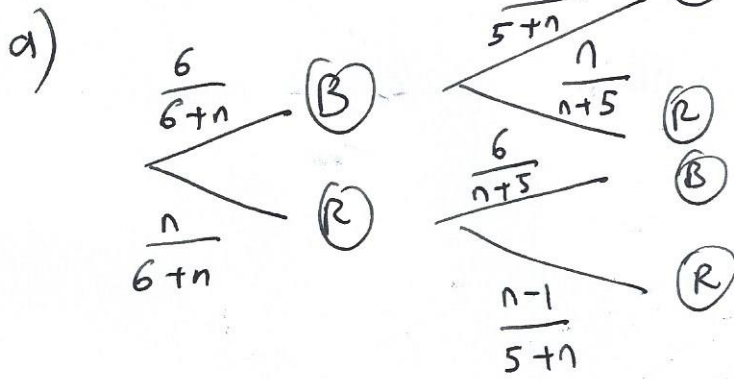
$$f'(x) = -0,3x^2 + 0,6x = 0,3x(-x + 2)$$

$f'(x) \geq 0$  sur  $[0; 2]$   
 et  $f'(x) \leq 0$  sur  $[2; +\infty[$

$x$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	1,6	$-\infty$

c) D'après le tableau de variations, l'espérance maximale est 1,6  
 et elle est atteinte pour  $\underline{x = 2}$

Exercice 2



Il y a 4 issues possibles

- b)
- si (B) (B),  $G = 2 + 2 = 4$
  - si (B) (R),  $G = 2 - 3 = -1$
  - si (R) (B),  $G = -3 + 2 = -1$
  - si (R) (R),  $G = -3 - 3 = -6$

c)

G	-6	-1	4
p(G)	$\frac{n(n-1)}{(5+n)(6+n)}$	$\frac{12n}{(6+n)(5+n)}$	$\frac{30}{(6+n)(5+n)}$

$$p(-6) = \frac{n}{6+n} \times \frac{n-1}{5+n} = \frac{n(n-1)}{(6+n)(5+n)}$$

$$p(-1) = \frac{6}{(6+n)} \times \frac{n}{(n+5)} + \frac{n}{6+n} \times \frac{6}{n+5} = \frac{12n}{(6+n)(5+n)}$$

$$p(4) = \left(\frac{6}{6+n}\right) + \left(\frac{5}{5+n}\right) = \frac{30}{(6+n)(5+n)}$$

2)

$$E(G) = \sum p(G) \times G = \frac{-6n(n-1)}{(6+n)(5+n)} + \frac{-12n}{(6+n)(5+n)} + \frac{120}{(6+n)(5+n)}$$

$$= \frac{-6n^2 + 6n - 12n + 120}{(6+n)(5+n)}$$

$$= \frac{-6n^2 - 6n + 120}{(6+n)(5+n)} = \frac{-6(n^2 + n - 20)}{(6+n)(5+n)}$$

$$E(G) = 0 \Leftrightarrow n^2 + n - 20 = 0$$

$$\Delta = 1 + 4 \times 20 = 81$$

$$\text{rac } n = \frac{-1 + \sqrt{81}}{2} = \frac{-1 + 9}{2} = 4$$

$$\text{ou } m = \frac{-1 - \sqrt{81}}{2} = \frac{-1 - 9}{2} = -5,5 \text{ (IMPOSSIBLE)}$$

Donc pour que le jeu soit équitable, il faut 4 boules rouges.

### Exercice 3

1)  $N$  représente le nombre de flechettes lancées.

$A$  représente le nombre de fois que la flechette a atteint l'axe sous la parabole.

~~L'affichage indique le pourcentage de touches de la zone sous la parabole~~

L'affichage indique la probabilité de toucher la zone sous la parabole.

2) Programme sous T.I

```
: Prompt N
: 0 → A
: FOR (I, 1, N)
: rand → X
: rand → Y
: If Y ≤ X2
: Then
: A + 1 → A
: PE-on (X, Y)
: End
: End
: Disp A/N
: Disp Graph
```

Après quelques tests

pour 500; j'obtiens 0,3

pour 1000; 0,33

La valeur approchée de l'axe sous la parabole est 0,33

(La vraie valeur est  $1/3$ ).