2) Pour que u_n soit q-orthogonale à e_1, e_2 et e_{n-1}

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad q(u_n, e_1) = 0$$
$$q(u_n, e_2) = 0$$
$$\vdots$$
$$q(u_n, e_{n-1}) = 0$$

$$q(x,y) = \sum_{\substack{1 \le i \le n \\ 1 \le j \le n}} a_{ij} x_i y_i$$

avec $x = x_1 e_1 + x_2 e_2 + \dots + x_n e_n$

$y = y_1 e_1 + y_2 e_2 + \dots + y_n e_n$

$e_1 = 1 e_1 + 0 e_2 + \dots + 0 e_n \qquad (1, 0, 0, 0 \dots 0)$

$u_n = -\alpha_1 e_1 - \alpha_2 e_2 + \dots + -\alpha_{n-1} e_{n-1} + e_n \qquad (-\alpha_1, -\alpha_2, \dots, -\alpha_{n-1}; 1)$

$\cancel{q(u_n, e_1) = -\alpha_1 (a_{11} + a_{12} + \dots + a_{1n-1}) + a_n = 0}$

$\cancel{q(u_n, e_2)} = -$

$$q(u_n, e_1) = -\alpha_1 a_{11} - \alpha_2 a_{12} - \alpha_3 a_{13} - \dots - \alpha_{n-1} a_{1(n-1)} + a_{nn} = 0$$

$$q(u_n, e_2) = -\alpha_1 a_{21} - \alpha_2 a_{22} - \alpha_3 a_{23} - \dots - \alpha_{n-1} a_{2n-1} + a_{nn} = 0$$

$$\vdots$$

$$q(u_n; e_k) = -\alpha_1 a_{k1} - \alpha_2 a_{k2} - \dots - \alpha_{n-1} a_{kn-1} + a_{nn} = 0$$

on obtient $(n-1)$ equations à $n-1$ inconnues $(\alpha_1 \dots \alpha_{n-1})$.

3) Pour montrer qu'une famille est une base, il faut montrer que c'est une famille libre et une famille génératrice.

Famille libre $(v_1, v_2 \cdots v_n)$ $\exists\, x_i \cdot \sum \lambda_i v_i = 0 \Rightarrow \lambda_i = 0$ $\forall i$.

Famille Generatrice $(v_1, v_2 \cdots, v_n)$

$$\forall x \in E,\ \exists (\lambda_1, \lambda_2 \cdots \lambda_n) \in \mathbb{R}^n,\ x = \sum_1^n \lambda_i v_i$$