

Etape I

La fonction $f(x) = e^x$ est continue et de classe inférieure sur $] -\infty ; +\infty [$

La fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ est continue et de classe 2 sur $[0 ; +\infty [$.

Le problème est de savoir si f est continue en 0.

$$f \text{ est continue en } 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

$$f(0) = a \times 0^2 + b \times 0 + c = c$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = e^0 = 1$$

Donc pour que f soit continue en 0, il faut que $c = 1$.

$$\forall x < 0, f'(x) = e^x$$

$$\forall x > 0, f'(x) = 2ax + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = 1 \quad f'(0) = b, \text{ donc } \underline{b = 1}$$

$$\forall x < 0, f''(x) = e^x$$

$$\forall x > 0, f''(x) = 2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f''(x) = 1 \quad f''(0) = 2a, \text{ donc } 2a = 1 \Rightarrow \underline{a = 1/2}$$

La fonction ne peut pas être C_3 car $f^{(3)}(x)$ ne peut pas être continue en 0.