



2) l'ensemble de définition de $V(x)$

$$x \in [0; 60] \quad D_V = [0, 60] \quad (\text{en cm})$$

le volume d'un cône tronqué de bases B_1 et B_2

$$\text{soit: } V = \frac{h}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$$

$$V(x) = \frac{h}{3} (B_2 + \sqrt{B_x B_2} + B_x)$$

déterminons B_x $B_x = \pi \times r_x^2$

Si on prolonge le cône tronqué en cône normal, on obtient un cône de hauteur H avec $\frac{H}{20} = \frac{H-h}{15}$

$$\text{soit } 15H = 20H - 20h \quad (\Leftrightarrow) \quad 5H = 20h$$

$$(\Leftrightarrow) \quad H = 4h = 240 \text{ cm.}$$

on a donc $\frac{r_x}{H_1+x} = \frac{r_{B_1}}{H}$

$$(\Leftrightarrow) \quad r_x = \frac{r_{B_1}}{H} \times (H_1+x) = \frac{20}{240} \times (180+x) = \frac{180+x}{12}$$

$$\text{Donc } B_x = \pi \times \left(\frac{180+x}{12} \right)^2$$

$$De \quad V(x) = \frac{x}{3} \left(B_2 + \sqrt{B_2 B_x} + B_x \right) \quad (2)$$

$$V(x) = \frac{x}{3} \left(\pi \times 15^2 + \sqrt{\pi \times 15^2 \times \pi \left(\frac{180+x}{12}\right)^2} + \pi \left(\frac{180+x}{12}\right)^2 \right)$$

$$V(x) = \frac{x}{3} \left(225 \pi + 15 \left(\frac{180+x}{12}\right) \pi + \frac{\pi}{144} (180+x)^2 \right)$$

$$V(x) = x \left(75 \pi + \frac{5}{12} (180+x) \pi + \frac{\pi}{432} (180+x)^2 \right)$$

2) si le cône tronqué est complètement rempli, le volume est

$$V(60) = 60 \left(75 \pi + \frac{5}{12} (240) \pi + \frac{\pi}{432} (240)^2 \right)$$

$$= 60 \left(75 \pi + 100 \pi + \frac{400}{3} \pi \right)$$

$$= \frac{60}{3} (225 \pi + 300 \pi + 400 \pi) = 20 \times 925 \pi = \underline{\underline{18500 \pi \text{ cm}^3}}$$

si le cône tronqué a un niveau de liquide vedant de moitié alors $x=30$

$$V(30) = 30 \left(75 \pi + \frac{5}{12} (180+30) \pi + \frac{\pi}{432} (210)^2 \right)$$

$$= 30 \left(75 \pi + \frac{175}{2} \pi + \frac{44100}{432} \pi \right)$$

$$= 30 \left(75 \pi + \frac{175}{2} \pi + \frac{1225}{12} \pi \right)$$

$$= \frac{30 \left((75 \times 12) + (175 \times 6) + 1225 \right)}{12} \pi$$

$$= \frac{30 \left(900 + 1050 + 1225 \right)}{12} \pi$$

$$= \frac{95250}{12} \pi = \frac{15875}{2} \pi$$

Donc le pourcentage de replissage

$$\text{est : } \frac{V_{30}}{V_{60}} \times 100 = \frac{15875}{2} \times 100 \approx 42,90\%$$

18500