

① le coefficient directeur d'une Tangente au point d'abscisse a est le nombre dérivé de la fonction en ce point

l'équation d'une droite est $y = mx + p$ où m est le coefficient directeur de la droite.

Dans l'équation réduite de la Tangente en a , on a

$$y = (-2a+1)x + a^2 + 6$$

le coefficient directeur de la Tangente est donc : $-2a+1$
c'est aussi le nombre dérivé en a

$$\text{Donc } \boxed{f'(a) = -2a+1}$$

② $f'(a) = -2a+1$

Donc $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -2x+1$

Or la dérivée $f'(x)$ s'annule pour $x = 1/2$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x+1 = 0 \Leftrightarrow x = 1/2$$

Le point où la dérivée s'annule est un extrémum.

$$\text{si } x \leq 1/2 \quad f'(x) \geq 0$$

$$\text{si } x \geq 1/2 \quad f'(x) \leq 0$$

Or l'extrémum en $1/2$ est un maximum local

La tangente passe par ce point, donc l'ordonnée de la tangente est l'image de $1/2$

$$y(1/2) = \left(-2 \times \frac{1}{2} + 1\right) \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6 = \underline{\underline{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6}}$$